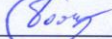


Міністерство освіти і науки України  
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки  
Кафедра диференціальних рівнянь і математичної фізики

**Затверджено**

Проректор з наукової роботи та  
інновацій

проф. Бояр А.О. 

« 23 » червня 2016 р.



**Затверджено**

Проректор з науково-педагогічної і  
навчальної роботи та рекрутації

проф. Гаврилюк С.В. 

« 23 » червня 2016 р.

**АПРОКСИМАТИВНІ ВЛАСТИВОСТІ ІНТЕГРАЛІВ  
ПУАССОНА**

**ПРОГРАМА  
ВИБІРКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

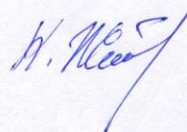
підготовки доктора філософії  
галузі знань 11 «Математика та статистика»  
спеціальності 111 «Математика»

Луцьк – 2016

Програма навчальної дисципліни «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» для докторів філософії за спеціальністю 111 «Математика». – 15 квітня 2016 року. – 5 с.

**Розробник:**

кандидат фіз.–мат. наук,  
доцент кафедри диференціальних рівнянь  
і математичної фізики



Жигалло К.М.

**Рецензент:**

кандидат фіз.–мат. наук,  
доцент, зав. кафедри алгебри та математичного аналізу



Кальчук І.В.

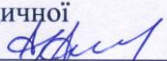
**Програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь і математичної фізики**

протокол № 14 від 18. 04. 2016 р.

Завідувач кафедри:  (Чичурін О.В.)

**Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною комісією факультету інформаційних систем, фізики та математики**

протокол № 9 від 12. 05. 2016 р.

Голова науково-методичної комісії факультету  (Полетило С.А.)

**Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною радою університету**

протокол № 10 від 15. 06. 2016 р.

**Програма навчальної дисципліни схвалена науковою радою університету**

протокол № 11 від 16. 06. 2016 р.

© Жигалло К.М., 2016

## Вступ

Програма навчальної дисципліни «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика».

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є: інтеграли Пуассона; задачі теорії наближень; функціональні класи.

**Міждисциплінарні зв'язки:** курс «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» тісно пов'язаний з такими дисциплінами як «Математичний аналіз», «Функціональний аналіз», «Теорія функцій дійсної змінної», «Рівняння математичної фізики».

Програма навчальної дисципліни складається з таких **змістових модулів**:

**Змістовий модуль I** Класи періодичних функцій.

**Змістовий модуль II** Задачі теорії наближень.

### 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» - сформувати у здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії цілісне уявлення про предмет і методи теорії наближення функцій; ознайомити з основними методами розв'язування екстремальних задач теорії наближень; виробити глибокі знання основ теорії наближень функціональних класів різними лінійними методами підсумування рядів Фур'є та вміння застосовувати на практиці при дослідженні і розв'язанні конкретних задач.

**Основними завданнями** вивчення дисципліни «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» є формування у здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії уявлення про: цілісне розуміння предмету і методів теорії наближення функцій; методи розв'язування екстремальних задач теорії наближень; теорію наближень функціональних класів різними лінійними методами підсумування рядів Фур'є.

В процесі вивчення дисципліни здобувачі вищої освіти ступеня доктора філософії ознайомлюються:

- з основними поняттями сучасної теорії наближення періодичних функцій, та функцій локально сумовних на всій числовій осі;
- апроксимативними властивостями гармонійного та бігармонійного операторів Пуассона, операторів Вейерштрасса на різних функціональних класах;
- екстремальними задачами теорії наближень для великих об'єднань функцій, що включають в себе як частинні випадки, відомі класи Вейля-Надя та Соболева, так і класи функцій, що задаються згортками з довільним сумовним рядом.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми здобувачі вищої освіти ступеня доктора філософії повинні:

**знати:**

- класифікацію періодичних функцій,
- теорію регулярності та насичення лінійних методів підсумування рядів Фур'є,
- основні типи задач теорії наближень,
- апроксимативні властивості гармонійного та бігармонійного операторів Пуассона, операторів Вейерштрасса на різних функціональних класах,
- апроксимативні властивості операторів типу Абеля-Пуассона.

**вміти:**

- будувати модулі неперервності для заданих неперервних функцій;
- знаходити  $(r, \beta)$ -,  $(r, \bar{\beta})$ -,  $(\psi, \beta)$ - похідні функцій;
- встановлювати порядок та клас насичення лінійного методу, знаходити його константи Лебега;
- будувати інтегральні представлення відхилення операторів, породжених лінійними процесами підсумування рядів Фур'є;
- знаходити розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для класичних прямокутних методів на класах Соболева.

На вивчення навчальної дисципліни «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» відводиться 90 годин / 3 кредити ЄКТС.

## 2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» складається з двох змістових модулів. Кількість змістових модулів визначається метою та змістом програми вивчення дисципліни протягом семестру.

### Змістовий модуль I Класи періодичних функцій.

**Тема 1.** Класи сумовних функцій. Поняття модуля неперервності першого порядку та його основні властивості. Клас Липшиця (Гельдера), класи  $H^\omega$ .

**Тема 2.** Класи диференційованих функцій. Класи Соболева. Дробова похідна в розумінні Вейля, класи  $KW_r^r$ ,  $W_r^r$ ,  $H^\omega$  та інші. Класи спряжених функцій та класи Вейля-Надя. Згортка функцій. Класи  $(\psi, \beta)$ -диференційованих функцій Степанця.

**Тема 3.** Задача Діріхле та її розв'язок. Гармонійні функції. Теорема про середнє значення для гармонічних функцій. Інтеграл Пуассона, бігармонійний інтеграл Пуассона, інтеграл Вейерштрасса.

**Тема 4.** Ряди та послідовності гармонійних функцій. Теорема Гарнака. Розклад гармонійних функцій в ряд. Ряд гармонійних многочленів.

### Змістовий модуль II Задачі теорії наближень.

**Тема 5.** Лінійні методи підсумування рядів Фур'є. Методи наближень інтегралами Пуассона, бігармонійними інтегралами Пуассона, інтегралами Вейерштрасса. Регулярність та насичення лінійних методів. Сингулярні інтеграли та константи Лебега.

**Тема 6.** Задачі теорії наближень. Асимптотичні рівності. Задача Колмогорова-Нікольського.

**Тема 7.** Оцінки верхньої межі відхилень диференційованих функцій від їх операторів типу Абеля-Пуассона.

**Тема 8.** Апроксимативні властивості операторів типу Абеля-Пуассона на різних функціональних класах.

**Тема 9.** Апроксимативні властивості інтеграла Пуассона. Повні асимптотичні розклади для верхніх меж відхилень інтегралів Пуассона від функцій з класу Гельдера порядку 1.

**Тема 10.** Апроксимативні властивості бігармонійного інтеграла Пуассона. Наближення бігармонійними інтегралами Пуассона функцій з класу  $W_{\infty}^r, r \in \mathbb{N}$  та  $\overline{W}_{\infty}^r, r \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ .

**Тема 11.** Апроксимативні властивості інтеграла Вейерштрасса. Розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для інтеграла Вейерштрасса. Асимптотичні рівності Баскакова для верхніх меж відхилень інтеграла Вейерштрасса від функцій з класу Ліпшиця порядку 1 в рівномірній метриці.

**Тема 12.** Апроксимативні властивості операторів типу Абеля-Пуассона на класах Степанця. Дослідження швидкості наближення операторами типу Абеля-Пуассона на класах  $(\psi, \beta)$ - диференційованих періодичних функцій. Асимптотичні формули верхніх меж відхилень на класах локально сумовних функцій, заданих на всій дійсній осі.

### **3. Форма підсумкового контролю успішності навчання: залік.**

### **4. Методи та засоби діагностики успішності навчання:**

усне опитування, письмові роботи, контрольні роботи, самостійні роботи, тестові завдання, залік.

### **5. Список джерел**

1. Степанец А.И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами / А.И. Степанец. — Киев: Изд-во «Наук.думка», 1981. — 340 с.
2. Степанец А.И. Классификация и приближение периодических функций / А.И. Степанец. — Киев: Наукова думка, 1987. — 268 с.
3. Stepanets A. Classification and Approximation of Periodic Functions. DORDRECHT / A. Stepanets. — Kluwer, 1995 (Mathem.and its Applic. Vol.333). — 360p.
4. Stepanets A. Uniform Approximations by Trigonometric Polynomials / A. Stepanets. — Utrecht, Boston, Tokyo: VSP, 2001. — 483 p.
5. Степанец А.И. Методы теории приближений: В 2 ч / А.И. Степанец. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2002. — Ч.І. — 427 с.
6. Степанец А.И. Методы теории приближений: В 2 ч / А.И. Степанец. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2002. — Ч.ІІ. — 468 с.
7. Stepanets A. Methods of Approximation Theory / A. Stepanets. — VSP: Leiden, Boston, 2005. — 919 p.

8. Степанец А.И. Приближения суммами Валле Пуссена / А.И. Степанец. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2007. — 386 с.

**Додаткові джерела**

1. Дзядык В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций / В.К. Дзядык. — М.: Наука, 1977. — 510 с.
2. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной / И.П. Натансон. — М.: Наука, 1974. — 480 с.