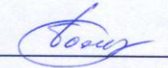


Міністерство освіти і науки України
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра диференціальних рівнянь і математичної фізики

Затверджено

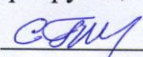
Проректор з наукової роботи та
інновацій

проф. Бояр А.О. 

«23» серпня 2016 р.

Затверджено

Проректор з науково-педагогічної і
навчальної роботи та рекрутації

проф. Гаврилюк С.В. 

«23» серпня 2016 р.



ТЕОРІЯ МІРИ ТА ІНТЕГРАЛУ
ПРОГРАМА
НОРМАТИВНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки доктора філософії
галузі знань 11 «Математика та статистика»
спеціальності 111 «Математика»

Луцьк – 2016

Програма навчальної дисципліни «Теорія міри та інтегралу» для докторів філософії за спеціальністю 111 «Математика». – 15 квітня 2016 року. – 5 с.

Розробник:

доктор фіз.-мат. наук,
професор кафедри диференціальних рівнянь
і математичної фізики



Чичурін О.В.

Рецензент:

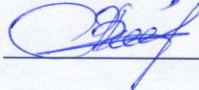
кандидат фіз.-мат. наук,
доцент, зав. кафедри алгебри та математичного аналізу



Кальчук І.В.

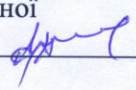
Програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь і математичної фізики

протокол № 14 від 18. 04. 2016 р.

Завідувач кафедри:  (Чичурін О.В.)

Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною комісією факультету інформаційних систем, фізики та математики

протокол № 9 від 12. 05. 2016 р.

Голова науково-методичної комісії факультету  (Полетило С.А.)

Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною радою університету

протокол № 10 від 15. 06. 2016 р.

Програма навчальної дисципліни схвалена науковою радою університету

протокол № 14 від 16. 06. 2016 р.

© Чичурін О.В., 2016

Вступ

Програма навчальної дисципліни «Теорія міри та інтегралу» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика».

Предметом вивчення навчальної дисципліни є: міра та інтеграл Лебега.

Міждисциплінарні зв'язки: курс «Теорія міри та інтегралу» тісно пов'язаний з такими дисциплінами як «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Функціональний аналіз», «Математична статистика» та ін.

Програма навчальної дисципліни складається з **двох змістових модулів**:

Змістовий модуль I. Міра та вимірні функції.

Змістовий модуль II. Інтеграл Лебега. Монотонні функції.

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення курсу «Теорія міри та інтегралу» полягає у викладенні основ сучасної абстрактної теорії міри та інтегралу, включно з побудовою міри Лебега на прямій, площині, скінченновимірному евклідовому просторі та розглядом інтегралу Лебега для вимірних за Лебегом функцій однієї змінної і багатьох дійсних змінних.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Теорія міри та інтегралу» є: навчання здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії теоретичним основам і методам теорії міри та інтегралу і застосуванню цих методів у дослідженнях інших математичних дисциплін.

Згідно з вимогами освітньо-наукової програми здобувачі вищої освіти ступеня доктора філософії повинні:

знати:

- термінологію теорії метричних просторів;
- термінологію теорії міри, основні факти про вимірні множини, конструкцію міри Лебега;
- означення та властивості вимірних функцій, зв'язок між різними видами збіжності послідовностей вимірних функцій;
- конструкцію інтеграла Лебега, граничні теореми Фату, Лебега та Леві;
- конструкцію кратного інтеграла Лебега та теорему Фубіні;
- означення нормованого простору, критерій неперервності лінійного оператора;
- теореми про зв'язок між похідною та інтегралом Лебега.

вміти:

- перевіряти замкненість, відкритість, вимірність множин, належність до відповідних борелівських класів;
- перевіряти вимірність та інтегрованість за Лебегом функцій;
- користуватися граничними теоремами теорії інтеграла Лебега;
- досліджувати оператори у нормованих просторах на лінійність та неперервність.

На вивчення навчальної дисципліни «Теорія міри та інтегралу» відводиться 180 годин / 6 кредитів ЄКТС.

2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна «Теорія міри та інтегралу» складається з двох змістових модулів. Кількість змістових модулів визначається метою та змістом програми вивчення дисципліни протягом семестру.

Змістовий модуль I. Міра та вимірні функції.

Тема 1. Основні класи множин. Міра та її властивості.

Класи множин, породжені класи. Загальне поняття міри та її властивості, стандартне породження міри.

Тема 2. Міра Лебега та Лебега-Стільтьєса. Вимірні функції.

Міра Лебега та Лебега-Стільтьєса на прямій. Міра Жордана в R^m . Вимірні функції та їх властивості. Різні види збіжності послідовності функцій.

Змістовий модуль II. Інтеграл Лебега. Монотонні функції.

Тема 3. Абстрактний інтеграл Лебега та його властивості.

Інтеграл Лебега від простої та довільної функції, його властивості. Граничний перехід під знаком інтегралу Лебега. Теореми Фубіні та Тонеллі. Інтеграл Лебега-Стільтьєса та Рімана-Стільтьєса.

Тема 4. Монотонні та абсолютно неперервні функції.

Властивості монотонних функцій, функція скачків, абсолютно неперервні функції, відновлення функції за її похідною.

3. Форма підсумкового контролю успішності навчання – іспит (у письмовій формі).

4. Методи та засоби діагностики успішності навчання:

усне опитування, письмові роботи, контрольні роботи, самостійні роботи, іспит.

5. Список джерел

1. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М.: Наука, 1972. – 496 с.
2. Дороговцев А. Я. Элементы общей теории меры и интеграла / Дороговцев А. Я. – К.: Высшая шк., Голов. изд-во, 1989. – 151 с.

3. Кириллов А. А. Теоремы и задачи функционального анализа / А. А. Кириллов, А. Д. Гвишиани. – М.: Наука, 1979. – 381 с.
4. Березанский Ю. М. Функциональный анализ / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Т. Шефтель. – К.: Вісшая шк., 1990. – 600с.
5. Городецкий В. В. Решение задач по функциональному анализу / В. В. Городецкий, Н. И. Нагнибида, П. П. Настасиев. – К.: Вісшая шк., 1990. – 479 с.